

СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ ЗА ДЕФОРМАЦИЯМИ СООРУЖЕНИЙ

Амридон Гемзаевич Барлиани

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, г. Новосибирск, ул. Плахотного 10, к.т.н., доцент кафедры прикладной информатики и информационных систем, тел. (983) 319-99-31

Сергей Александрович Вдовин

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, г. Новосибирск, ул. Плахотного 10, к.э.н., доцент кафедры управления и предпринимательства, тел. (913) 475-66-79

Ирина Викторовна Карнетова

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, г. Новосибирск, ул. Плахотного 10, старший преподаватель кафедры прикладной информатики и информационных систем, тел. (961) 875-41-77

Современные сооружения в большинстве своем отличаются сложным конструктивным решением - большой этажностью при относительно малой площади основания или же наличием ответственных технологических линий, располагающихся на большой территории. Это приводит к тому, что для изучения деформаций отдельных элементов конструкций и технологического оборудования на них закрепляют и затем наблюдают от цикла к циклу большое количество марок. Поэтому у организации, выполняющей наблюдения, накапливается материал, содержащий большой объем ценной информации. Очевидно, что ограничиваться традиционной методикой ее систематизации и анализа явно недостаточно. В этом случае необходимо применение средств и аппарата математической статистики.

В статье рассматриваются статистические методы обработки и анализа повторных наблюдений за осадками инженерных сооружений на основе многофакторных корреляционных моделей. Представлен алгоритм для вычисления частных и множественных коэффициентов корреляции.

Ключевые слова: вертикальные смещения, техногенные факторы, осадки марок, корреляционный анализ, коэффициент корреляции, частный коэффициент корреляции, множественный коэффициент корреляции.

STATISTICALLY, THE METHOD OF PROCESSING THE RESULTS OF OBSERVATIONS OF DEFORMATIONS OF STRUCTURES

Amridon G. Barliani

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo, Str., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph.D., Associate Professor of the Department of Applied Informatics and Information Systems, tel. (983) 319-99-31

Sergey A. Vdovin

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo, Str., Novosibirsk, 630108, Russia, Associate Professor of the Department of Management and Entrepreneurship, tel. (913) 475-66-79

Irina V. Karnetova

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo, Str., Novosibirsk, 630108, Russia, senior lecturer of the Department of Applied Informatics and Information Systems, tel. (961) 875-41-77

Modern buildings, for the most part, are distinguished by a complex constructive solution - a large storey with a relatively small footprint or by the presence of important technological lines located on a large territory. This leads to the fact that for the study of deformations of individual structural elements and technological equipment, a large number of brands are fixed on them and then observed from cycle to cycle. Therefore, the organization that carries out observations accumulates material containing a large amount of valuable information. Obviously, it is not enough to limit the traditional methods of systematization and analysis. In this case, it is necessary to use the means and apparatus of mathematical statistics.

The article deals with statistical methods of processing and analysis of repeated observations of engineering structures on the basis of multifactorial correlation models. An algorithm for calculating of partial and multiple correlation coefficients is presented.

Key words: vertical displacements, technogenic factors, sediment marks, correlation analysis, correlation coefficient, partial correlation coefficient, multiple correlation coefficient.

Вертикальные смещения сооружений зависят, прежде всего, от физико-механических свойств грунтов, различных техногенных факторов, а также таких случайные факторов, как влажность, уровень грунтовых вод, температура грунта и другие.

Установление зависимости между случайными факторами и осадкой фундамента сооружений методами математической статистики является одним из важных направлений исследования деформаций [1-6]. Для решения этой задачи можно использовать многофакторный корреляционный анализ.

Для совокупности случайных факторов X_1, X_2, \dots, X_k , имеющих совместное нормальное распределение, матрицу наблюдений объемом n можно записать следующим образом:

$$X' = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1k} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nk} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Для того, чтобы вычислить, корреляционную матрицу вектора наблюдений, предварительно необходимо перейти к центрированным данным, то есть

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где

$$x_{ij} = X_{ij} - \bar{X}_j. \quad (3)$$

Здесь

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{n}. \quad (4)$$

Тогда несмещенную ковариационную матрицу можно вычислить по формуле

$$K = K_X = \frac{1}{n-1} \cdot X^T X. \quad (5)$$

Корреляционную матрицу можно определить по формуле [2,3]

$$R = R_X = D^{-\frac{1}{2}} \cdot K \cdot D^{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{k1} & r_{k2} & \cdots & 1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где D – дисперсионная диагональная матрица, имеющая вид

$$D = \{k_{11} \quad k_{22} \quad \cdots \quad k_{kk}\}.$$

Парные коэффициенты корреляции r_{ij} характеризуют связь между случайными факторами, на фоне влияния других факторов входящих в модель.

Оценка существенности линейного парного коэффициента корреляции проводится с использованием статистики Стьюдента.

В многомерном корреляционном анализе важную роль играют частные и множественные коэффициенты корреляции.

Если переменные коррелируют друг с другом, то на величине парного коэффициента корреляции частично сказывается влияние других переменных. В связи с этим часто возникает необходимость исследовать частную корреляцию между переменными при исключении (элиминировании) влияния одной или нескольких других переменных.

Выборочный частный коэффициент корреляции между переменными, например X_i и X_j при фиксированных значениях остальных $(k-2)$ переменных, оценивается выражением

$$r_{ij/(k-2)} = \frac{-(-1)^{i+j} |R_{ij}|}{\sqrt{|R_{ii}| \cdot |R_{jj}|}}, \quad (7)$$

где $|R_{ii}|$, $|R_{jj}|$, $|R_{ij}|$ – детерминанты $k-1$ -го порядка корреляционной матрицы R .

Значимость частного коэффициента корреляции оценивают так же, как и парного коэффициента корреляции.

Теснота линейной взаимосвязи одной переменной X_i с совокупностью других $(k-1)$ переменных $(X_1, X_2, \dots, X_j, X_{j+1}, \dots, X_k)$, рассматриваемой в целом, измеряется с помощью множественного коэффициента корреляции:

$$R_{i(1,2,\dots,j,j+1,\dots,k)} = \sqrt{1 - \frac{|R|}{|R_{ii}|}}, \quad (8)$$

где $|R|$ – определитель матрицы выборочных коэффициентов корреляции (6);

$|R_{ii}|$ – детерминант $k-1$ -го порядка, который определяется путем вычеркивания i -го столбца и i -ой строки в корреляционной матрице (6).

Оценка значимости множественного коэффициента корреляции проводится с использованием статистики Фишера [2,3].

В качестве иллюстрации необходимо рассмотреть пример. На основе корреляционной модели необходимо исследовать зависимость осадок фундамента инженерных сооружений X_1 от температуры воздуха внутри помещения X_2 , разности температуры грунта X_3 (на глубине 0,05 и 5,5 м) и влажности грунта в объемных процентах X_4 . Значимость коэффициентов корреляции оценить на уровне $\gamma = 0,05$. Исходные данные для 15 циклов представлены в таблице.

Таблица

Результаты наблюдений за осадками сооружений из 15 циклов

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X_1	0,7	1,4	3,1	7,5	8,2	8,0	8,3	8,0	7,8	6,0	4,8	4,1	3,0	2,5	1,5
X_2	18,2	20,0	24,0	30,4	32,8	29,9	29,6	28,1	26,5	22,9	19,2	18,0	17,1	16,5	15,1
X_3	-1,6	-1,3	-0,8	0,7	1,0	0,8	1,3	0,9	0,7	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1
X_4	42,0	44,0	46,1	50,5	51,4	50,2	51,9	49,9	49,1	48,2	44,1	42,8	40,6	38,0	36,3

На основании данных таблицы и изложенного алгоритма была вычислена несмещенная выборочная корреляционная матрица:

$$R = D^{-\frac{1}{2}} \cdot K \cdot D^{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 & 0,883494 & 0,881965 & 0,858301 \\ 0,883494 & 1 & 0,950391 & 0,590522 \\ 0,881965 & 0,950391 & 1 & 0,541196 \\ 0,858301 & 0,590522 & 0,541196 & 1 \end{pmatrix}.$$

По формуле (7) необходимо вычислить частные коэффициенты корреляции:

$$r_{12/(3,4)} = 0,110; r_{13/(2,4)} = 0,796; r_{14/(2,3)} = 0,958;$$

$$r_{23/(1,4)} = 0,472; r_{24/(1,3)} = -0,022; r_{34/(1,2)} = -0,776.$$

Сравнивая частный коэффициент корреляции $r_{12/(3,4)}$ с соответствующим парными коэффициентами корреляции r_{12} , видно, что за счет «очищения связи» он претерпел большое изменение. Это значит, что на осадку фундамента сооружений практически не оказывает влияние в чистом виде температура воздуха внутри помещения, так как $r_{12/(3,4)} = 0,110$. В связи с этим данный фактор можно исключить из многофакторной корреляционной модели. Точно таким же образом можно анализировать и другие частные коэффициенты корреляции.

Для дополнительного анализа по формуле (8) необходимо определить множественный коэффициент корреляции $R_{1(2,3,4)} = 0,992$. Множественный коэффициент корреляции свидетельствует о том, что между осадкой фундамента с одной стороны и разности температуры грунта (на глубине 0,05 и 5,5 м) и влажности грунта в объемных процентах – с другой, существует сильная связь. Множественный коэффициент детерминации $R_{1(2,3,4)}^2 = 0,992^2 = 0,984$. Это говорит о том, что изменение (вариация) осадки фундамента на 98,4% объясняется изменением температуры воздуха внутри помещения, а также изменением разности температуры грунта (на глубине 0,05 и 5,5 м) и влажности грунта в объемных процентах, а 2,6% - вариация осадки фундамента объясняется влиянием факторов, которые не вошли в корреляционную модель.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Барлиани А. Г. Методы обработки и анализа пространственных и временных данных [Текст]: монография /А. Г. Барлиани. – Новосибирск: СГУГиТ, 2016. – 176 с.
2. Барлиани А. Г., Барлиани И. Я. Процедура оценивания параметров линейной эконометрической модели методом псевдонормальной оптимизации //Вестник СГГА. – 2014. – Вып. 1(25). – С. 96-104.
3. Барлиани А. Г., Барлиани И. Я. Эконометрика. В 2-х ч. Ч. 1 [Текст] / А.Г. Барлиани, И. Я. Барлиани. – Новосибирск: СГУГиТ, 2015. – 116 с.
4. Барлиани А. Г., Барлиани И. Я. Эконометрика. В 2-х ч. Ч. 1 [Текст] / А.Г. Барлиани, И. Я. Барлиани. – Новосибирск: СГУГиТ, 2015. – 144 с.

5. Барлиани А. Г. Свойства оценок равноточно измеренных величин, полученных методом псевдонормальной оптимизации коррелятным способом //Вестник СГУГиТ.– 2017. – Вып. 1 (33). – С. 50-57.

6. Асташенков Г. А., Колмагоров В. Г., Барлиани А. Г. Коррелятная версия уравнивания и оценки точности геодезических сетей с равноточно измеренными величинами методом псевдооптимизации //Вестник СГУГиТ.– 2016. – Вып. 4 (36). – С. 50-65.

© А.Г. Барлиани, С. А. Вдовин, И. В. Карнетова, 2017