

УДК 551.24.02

## **ОБРАБОТКА И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ГНСС-ИЗМЕРЕНИЙ С УЧЁТОМ ИХ КОРРЕЛИРОВАННОСТИ**

### ***Владимир Абрамович Падве***

Кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры прикладной информатики и информационных систем, Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Новосибирск, Плеханова 10, тел. 8-913-958-12-34, e-mail: [evdapav@mail.ru](mailto:evdapav@mail.ru)

### ***Николай Сергеевич Косарев***

Кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры космической и физической геодезии, Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Новосибирск, Плеханова 10, тел. 8-913-706-91-95, e-mail: [kosarevnsk@yandex.ru](mailto:kosarevnsk@yandex.ru)

### ***Станислав Андреевич Сергеев***

Магистрант, Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, тел. 8-982-773-22-49, e-mail: [otherboy@yandex.ru](mailto:otherboy@yandex.ru)

В представленной статье выполнена обработка и проведён сравнительный анализ результатов ГНСС-измерений с учётом их коррелированности. В качестве тест-объекта, на котором проводилось тестирование результатов, выступал фрагмент спутниковой сети ПДБС НСО.

**Ключевые слова:** математическая обработка ГНСС-измерений, параметрическая версия МНК-оптимизации данных, спутниковая сеть.

## **PROCESSING AND COMPARATIVE ANALYSIS OF GNSS MEASUREMENTS BASED ON THEIR CORRELATION**

### ***Vladimir A. Padve***

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., Ph.D, Associate Professor, Department of Applied Information Science and Systems, phone: 8-913-958-12-34, e-mail: [evdapav@mail.ru](mailto:evdapav@mail.ru)

### ***Nikolay S. Kosarev***

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., Ph.D, Associate Professor, Department of Space and Physical Geodesy, phone: 8-913-706-91-95, e-mail: [kosarevnsk@yandex.ru](mailto:kosarevnsk@yandex.ru)

### ***Stanislav A. Sergeev***

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., graduate student, Department of Space and Physical Geodesy, phone: 8-982-773-22-49, e-mail: [otherboy@yandex.ru](mailto:otherboy@yandex.ru)

In the present paper processing and the comparative analysis of GNSS measurement results based on their correlation are performed. Fragment of a satellite network PDBS NSO, as the object of the test, which conducted the testing results are performed.

**Key words:** mathematical processing of GNSS measurements, parametric version of LSM data optimization, satellite network

Обработка парных данных обычно ограничивается лишь оценкой точности измерений и оценкой точности действительных (уравненных) значений пар. Важнейшие практические вопросы – «Значима ли каждая отдельная разность?», «Существенна ли разница между технологиями, с помощью которых были получены первичные и вторичные данные?» или «Значима ли в среднем разность первичных и вторичных данных?» не ставятся. Их можно перефразировать в форме соответствующих статистических гипотез.

Имея в своём распоряжении два массива данных  $y$  и  $y'$ , каждый из которых дополняется своей ковариационной матрицей  $K_y$  и  $K_{y'}$ , можно построить ряд коррелированных разностей  $d$ , ковариационная матрица которого  $K_d$  будет равна сумме матриц  $K_y$  и  $K_{y'}$ :

$$K_d = K_y + K_{y'}. \quad (1)$$

Разности  $d_j$  представляют собой «невязки», для которых устанавливаются допустимые значения:

$$d_j^{\text{don}} = w_j^{\text{don}} = t_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\{K_d\}_{jj}}, \quad (2)$$

где  $t_{1-\alpha/2}$  – это квантиль стандартного нормального распределения на уровне значимости  $\alpha$ . Такой допуск используется для проверки гипотезы о незначимости каждой разности:

$$H_0 = \{E(d) = 0\}. \quad (3)$$

Ответ на второй вопрос заключается в проверке нулевой гипотезы «о незначимости математического ожидания разностей», т.е.

$$H_0 = \{E(D) = 0\} \quad (4)$$

против альтернативной

$$H_A = \{E(D) \neq 0\}. \quad (5)$$

В настоящей работе авторы провели эксперимент по анализу результатов ГНСС-измерений с учётом их коррелированности. Для эксперимента использовались суточные ГНСС-измерений на даты 25.12.2016 и 26.12.2016, полученные с 6 пунктов сети ПДБС НСО: Болотное (BOLO), Искитим (ISKТ), Коченёво (KOCН), Колывань (KOLV), Сузун (SUZU) и Новосибирск (NSKW) (рис.).

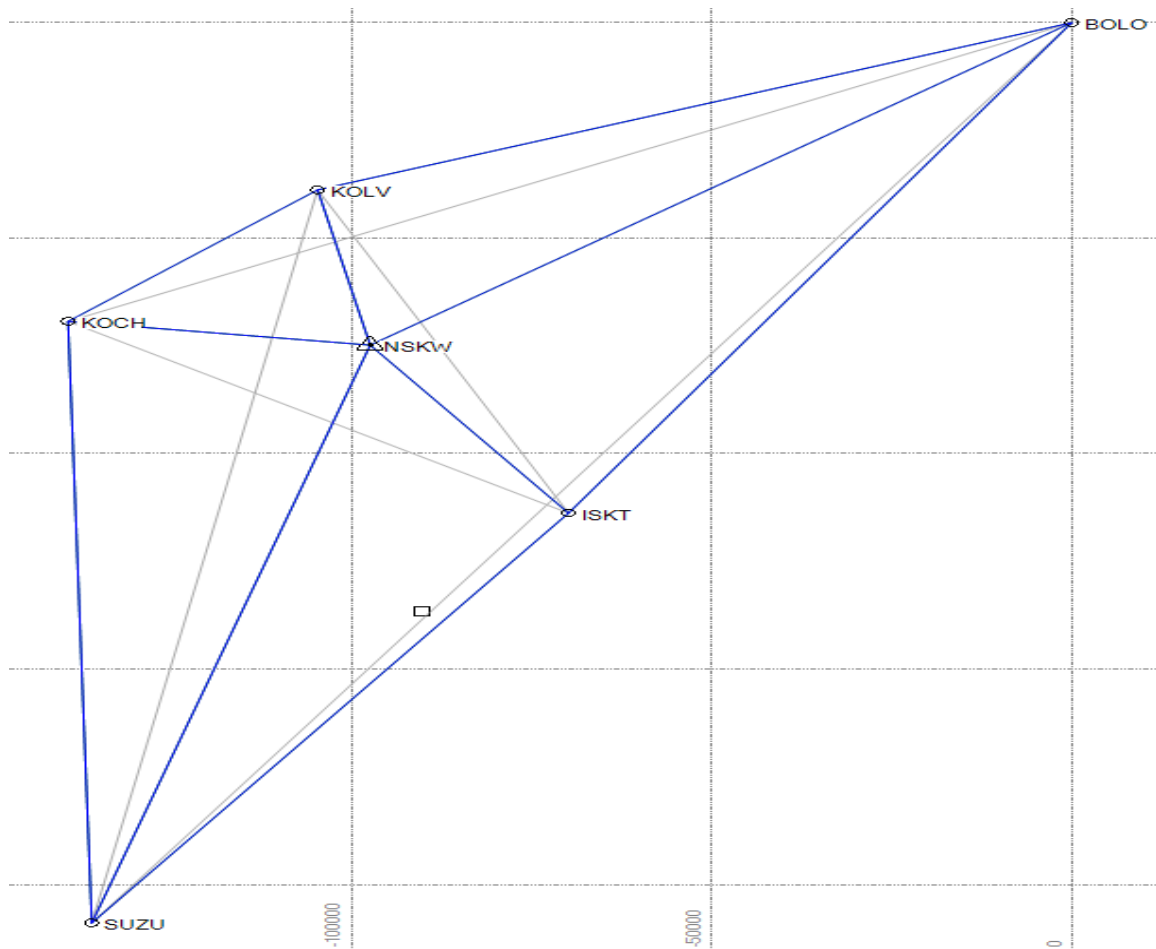


Рис. Фрагмент спутниковой сети ПДБС НСО

Из суточных ГНСС-измерений авторами составлены 10 независимых базовых линий, которые затем были обработаны в двух коммерческих ПО Trimble и CREDO. Коррелированные приращения координат  $(\Delta X \ \Delta Y \ \Delta Z)_{15-1}$ , выданные каждым коммерческим пакетом, в дальнейшем проходили математическую обработку в соответствии с алгоритмом параметрической версии МНК-оптимизации данных [1].

Коррелированные приращения координат  $(\Delta X \ \Delta Y \ \Delta Z)_{15-1}$ , выданные каждым пакетом, сопровождаются соответствующими ковариационными матрицами  $K_{15-15}$ :  $K_T$  и  $K_C$ . Разности указанных приращений координат  $(\Delta X \ \Delta Y \ \Delta Z)_T$  и  $(\Delta X \ \Delta Y \ \Delta Z)_C$  представляют собой ряд коррелированных неравноточных «измерений» (разностей)  $d_{15-1}$ .

Ниже кратко изложены общие принципы теории обработки ряда коррелированных разностей в соответствии с алгоритмом параметрической версии МНК-оптимизации данных.

Ковариационная матрица разностей  $d_{15-1}$  – это сумма ковариационных матриц приращений координат:

$$K_d = K_T + K_C. \quad (6)$$

Параметрические уравнения связи для такого ряда – это линейные функции, объединяемые в систему с помощью единственного параметра  $x_{11}$ , пред-

ставляющего собой неизвестное истинное значение средней разности. Уравнения связи ряда разностей зависят от этого параметра:

$$D_{k1} = \mathbf{1}_{k1} \cdot X_{11}. \quad (7)$$

Его матрица плана  $\mathbf{1}_{k1}$  – это вектор-столбец, каждый элемент которого равен единице:

$$\mathbf{1}_j = \partial D_j / \partial X_{11} \equiv 1. \quad (8)$$

Приближённое значение  $x$  параметра  $x_{11}$  полагается равным математическому ожиданию разностей (1), т.е.  $x_{11} = 0$ . Линеаризация параметрических уравнений связи ( $X_{11} = x_{11} + X_{11} = X_{11}$ ) приводит к параметрическим уравнениям поправок:

$$\mathbf{1}_{k1} \cdot X_{11} - l_{k1} = V_{k1}, \quad (9)$$

свободные члены которых  $l_j = d_j - x_{11}$  равны самим разностям  $d_j$ , так как  $x_{11} = 0$ . Априорная ковариационная матрица этих разностей получена выше (6).

Нормальное уравнение (*единственное!*) на матричном уровне сохраняет стандартное обозначение:

$$N_{11} \cdot \tilde{X}_{11} - G_{11} = 0_{11}. \quad (10)$$

Коэффициент  $N_{11}$  и свободный член  $G_{11}$  этого уравнения определяются формулами параметрического способа. Они могут быть выражены с использованием гауссовых обозначений оператора суммы:

$N_{11} = \mathbf{1}_{1k}^T K_d^{-1} \mathbf{1}_{k1} = [K_d^{-1}]$  – сумма *всех* элементов обратной априорной ковариационной матрицы разностей  $K_d^{-1}$ ;

$G_{11} = \mathbf{1}_{1k}^T K_d^{-1} \cdot d_{k1} = [kd]$  – сумма произведений столбцовых сумм  $k_i = \sum_j \{K_d^{-1}\}_j$  обратной матрицы  $K_d^{-1}$  на соответствующие разности  $d_i$ .

Неизвестное нормального уравнения (7)  $\tilde{X}_{11}$  – это и есть искомая оценка среднего значения коррелированных разностей  $\bar{d}$ :

$$\tilde{X}_{11} = \bar{d} = N_{11}^{-1} \cdot G_{11} = [kd] / [K_d^{-1}]. \quad (11)$$

Для проверки гипотезы (4) о незначимости среднего значения коррелированных разностей использовался тест, выражающий отношение модуля среднего к его средней квадратической погрешности (СКП):

$$t_{\bar{d}} = \frac{|\bar{d}|}{m_{\bar{d}}}. \quad (12)$$

Точность найденного параметра  $\bar{d} = \tilde{X}_{11}$  характеризуется его средней квадратической погрешностью  $m_{\bar{d}}$ , квадрат которой – это величина, обратная коэффициенту  $N_{11}$  нормального уравнения (10), умноженному на апостериорное значение масштабного показателя точности:

$$m_{\bar{d}}^2 = \mu^2 \cdot N_{11}^{-1} = \mu^2 / [K_d^{-1}]. \quad (13)$$

Апостериорное значение масштабного показателя точности  $\mu^2$  ряда коррелированных разностей, объём которого равен  $k$ , вычисляется по разностям  $d'_{k1}$ , исправленным на величину  $\bar{d}$ :

$$\mu^2 = \frac{d'_{1k}{}^T K_d^{-1} d'_{k1}}{k-1}. \quad (14)$$

Исправленные исходные разности эквивалентны МНК-поправкам к ним со знаком «минус»:

$$d'_{k1} = d_{k1} - \mathbf{1}_{k1} \cdot \bar{d} = -\tilde{V}_{k1}. \quad (15)$$

Тест (12) сопоставляется с квантилью стандартного нормального распределения на уровне значимости  $\alpha$ :

$$t_T = t_{1-\alpha/2}. \quad (16)$$

Если  $t_{\Xi} > t_T$ , то нулевая гипотеза (4) «о незначимости среднего значения коррелированных разностей» – отвергается, т.е. использованные технологии приводят к результатам, имеющим систематические отличия.

Практическое использование изложенной теории иллюстрируется на вычислительном примере, реализованном в среде Excel по материалам ГНСС-измерений, полученных на пунктах сети ПДБС НСО, описанной выше (Рис.1).

Десять линий этого объекта обработаны с помощью двух коммерческих ПО *Trimble* и *CREDO*. Для анализа были использованы 15 пар координат внешних пунктов объекта, поскольку координаты центрального пункта *NSKW* принимались в обоих пакетах за опорные константы и не имели разностей. Разности координат пяти внешних пунктов, выраженные в миллиметрах, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Разности координат, полученных по данным из обработки в коммерческом ПО *Trimble* и *CREDO*

Bolo			Iskt			Koch			Kolv			Suzu		
$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$
-71,8	-24,2	33,5	-7,2	25,6	-11,3	24,6	2,8	6,1	2,2	-15,5	13,1	33,0	60,6	-42,2

Все разности, кроме  $\Delta Y$  и  $\Delta Z$  для станции *KOCH*, недопустимо велики на уровне значимости  $\alpha = 0,05$ .

В таблице 2 размещена ковариационная матрица вышеприведённых разностей, элементы которой выражены в квадратных миллиметрах.

Таблица 2

Ковариационная матрица коррелированных разностей координат

<b>0,62</b>	0,76	0,69	0,20	0,25	0,33	0,08	0,14	0,17	0,14	0,28	0,31	0,08	0,12	0,18
0,76	<b>6,12</b>	7,51	0,27	2,32	2,91	0,14	1,16	1,43	0,27	2,31	2,85	0,14	1,18	1,45

0,69	7,51	<b>11,43</b>	0,33	2,93	4,28	0,17	1,42	2,13	0,33	2,84	4,29	0,17	1,46	2,16
0,20	0,27	0,33	<b>0,44</b>	0,70	0,78	0,07	0,12	0,17	0,07	0,12	0,17	0,14	0,26	0,36
0,25	2,32	2,93	0,70	<b>6,15</b>	7,41	0,13	1,11	1,42	0,12	1,10	1,40	0,28	2,49	2,94
0,33	2,91	4,28	0,78	7,41	<b>10,97</b>	0,17	1,42	2,08	0,17	1,39	2,05	0,35	2,95	4,42
0,08	0,14	0,17	0,07	0,13	0,17	<b>0,40</b>	0,70	0,92	0,18	0,28	0,36	0,17	0,30	0,32
0,14	1,16	1,42	0,12	1,11	1,42	0,70	<b>5,83</b>	7,21	0,29	2,33	2,87	0,28	2,29	2,88
0,17	1,43	2,13	0,17	1,42	2,08	0,92	7,21	<b>10,83</b>	0,36	2,88	4,32	0,33	2,89	4,27
0,14	0,27	0,33	0,07	0,12	0,17	0,18	0,29	0,36	<b>0,42</b>	0,65	0,84	0,09	0,15	0,16
0,28	2,31	2,84	0,12	1,10	1,39	0,28	2,33	2,88	0,65	<b>5,67</b>	7,15	0,14	1,14	1,42
0,31	2,85	4,29	0,17	1,40	2,05	0,36	2,87	4,32	0,84	7,15	<b>10,77</b>	0,17	1,43	2,12
0,08	0,14	0,17	0,14	0,28	0,35	0,17	0,28	0,33	0,09	0,14	0,17	<b>0,47</b>	0,87	0,85
0,12	1,18	1,46	0,26	2,49	2,95	0,30	2,29	2,89	0,15	1,14	1,43	0,87	<b>6,62</b>	7,43
0,18	1,45	2,16	0,36	2,94	4,42	0,32	2,88	4,27	0,16	1,42	2,12	0,85	7,43	<b>11,37</b>

Далее, по формулам (11) – (16) был проведён анализ ряда коррелированных разностей и принято заключение по гипотезе (4). Основные результаты сгруппированы в таблице 3.

Таблица 3

Анализ ряда коррелированных разностей координат

$N_d = \mathbf{1}^T K_d^{-1} \mathbf{1} =$	5,63	$\alpha =$	0,05	$d_{\text{ср}} = N_d^{-1} G =$	1,22	мм
		$t_T =$	1,96			
$G_d = \mathbf{1}^T K_d^{-1} d =$	6,85	$t_{\text{Э}} =$	0,08	$m_{\text{дср}}^2 = \mu^2 \cdot N_d^{-1} =$	240	мм <sup>2</sup>
				$m_{\text{дср}} =$	16	мм
$d^T K_d^{-1} d' =$	18953	$\mu^2 =$	1354			
		$\mu =$	37			
$- d^T K_d^{-1} d =$	18953					
		Гипотеза $H_0 = \{E(D) = 0\}$				
		Решение: <i>Гипотеза не отвергается</i>				

Из материалов анализа следует, что среднее значение коррелированных разностей  $\bar{d} = 1,22$  мм, характеризуется средней квадратической погрешностью  $m_{\bar{d}} = 16$  мм. В связи с этим, проверяемая гипотеза о незначимости среднего значения коррелированных разностей  $H_0 = \{E(D) = 0\}$  не отвергается, так как эмпирическое значение теста  $t_{\text{Э}} = |\bar{d}| / m_{\bar{d}} = 0,08$  меньше допустимого значения  $t_T = 1,96$  на уровне значимости  $\alpha = 0,05$ . Тем не менее, 87% разностей  $d_j$  превышают допуск (2) на том же уровне значимости.

Сравнивая параметры «разности» двух коммерческих ПО *Trimble* и *CREDO*, можно сделать вывод о том, что они не могут быть признаны эквивалентными. Дополнительно, каждый из пакетов может быть охарактеризован и другими параметрами, отражающими, например, соответствие между значениями средних квадратических погрешностей  $m_i = \sqrt{K_{ii}}$  выдаваемых приращений координат и скрытыми (то есть неизвестными) в этих приращениях истинными погрешностями позиционирования. Таким параметром может служить масштабный показатель точности данных [9], анализируемый с помощью синтези-

рованного варианта алгоритма параметрической версии МНК-оптимизации (уравнивания) данных [3].

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Падве, В.А. Математическая обработка и анализ результатов геодезических измерений: монография. Ч. 1: Основы теории погрешностей измерений и фундаментальные алгоритмы точностной МНК-оптимизации результатов измерений: монография. – Новосибирск: СГУГиТ, 2015. – 162 с.

2. Падве, В.А. Синтезированный алгоритм коррелятной версии МНК-оптимизации геопространственных данных // ГЕО-Сибирь – 2006, Т.6.

3. Падве, В.А. Синтезированный алгоритм параметрической версии МНК-оптимизации геопространственных данных // ГЕО-СИБИРЬ-2008: сб. материалов IV Междунар. науч. конгр., Новосибирск, 22-24 апр., 2008г. – Новосибирск: СГГА, 2008. – Т.1, ч.2. – С.3-5.

4. Падве, В.А. Потенциал универсального синтезированного алгоритма МНК-оптимизации геодезических данных // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2012. – №4. – С. 34-39.

5. Шевчук С.О., Косарев Н.С. Исследование коммерческих программ постобработки измерений ГНСС в режиме кинематики для геодезического обеспечения аэрогеофизических работ. Первые результаты // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2016. XII Междунар. науч. конгр., 18–22 апреля 2016 г., Новосибирск : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 2 т. Т. 2. – Новосибирск : СГУГиТ, 2016. – С. 69 – 77.

6. Шевчук С.О., Косарев Н.С., Антонович К.М. Сравнение коммерческих программ постобработки измерений ГНСС в режиме кинематики для геодезического обеспечения аэрогеофизических работ // Вестник СГУГиТ. – 2016. – №3. – С. 79-102.

7. Малютина К. И., Шевчук С. О. Сравнение бесплатной программы RTKLib с коммерческим программным обеспечением для постобработки ГНСС-измерений // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2017. XIII Междунар. науч. конгр., 17–21 апреля 2017 г., Новосибирск : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 2 т. Т. 2. – Новосибирск : СГУГиТ, 2017. – С. 113-125.

8. Шевчук С. О., Малютина К. И., Липатников Л. А. Перспективы использования свободного программного обеспечения для постобработки ГНСС-измерений // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2017. XIII Междунар. науч. конгр., 17–21 апреля 2017 г., Новосибирск : Пленарное заседание : сб. материалов. – Новосибирск : СГУГиТ, 2017. – С. 74 - 90.

9. Падве В. А. Показатель точности геопространственных данных // Геодезия и картография. – 2005. – № 1. – С. 18–19.

© В. А. Падве, Н. С. Косарев, С. А. Сергеев, 2017